

Analyse thermo-fiabiliste de matériaux poreux céramiques à haut taux de densification

F. Pennec¹, A. Alzina¹, B. Naït-ali¹, N. Tessier-Doyen¹

¹ CEC, ENSCI-GEMH, Limoges, France, {fabienne.pennec,arnaud.alzina,benoit.nait-ali,nicolas.tessier-doyen}@unilim.fr

Résumé — Une analyse fiabiliste de la conductivité thermique effective d'un matériau poreux est présentée. L'objectif est de déterminer la probabilité que la valeur de conductivité du matériau dépasse un seuil et d'évaluer la sensibilité de la conductivité thermique effective à la variabilité microscopique. Un couplage entre le modèle thermique et le modèle stochastique qui contient les lois des variables aléatoires est ainsi réalisé. La méthode développée est validée par des résultats de mesures de diffusivité thermique effectuées sur des échantillons de zircone dense.

Mots clés — homogénéisation, Monte-Carlo, indices de Sobol.

1 Introduction

Les matériaux céramiques poreux sont utilisés comme isolant thermique dans de nombreux domaines tels que les industries métallurgiques et verrières. Ces matériaux présentent en effet une assez bonne résistance aux chocs thermiques et une faible conductivité dues à la présence des pores [1]. L'isolation thermique permet de protéger des températures excessives des matériaux ou des équipements. C'est pourquoi elle représente un enjeu considérable pour l'économie d'énergie.

Le développement des matériaux poreux nécessite une connaissance approfondie de leurs propriétés physiques et notamment de leur conductivité thermique qui gouverne leur pouvoir d'isolation. Les analyses thermiques sont généralement réalisées en résolvant l'équation de transfert de la chaleur, en considérant que tous les paramètres du modèle sont déterministes [1,2]. Cependant la résistance thermique des matériaux céramiques peut présenter une dispersion importante en raison de nombreuses incertitudes dans l'analyse thermique. En effet les paramètres de la structure poreuse (figure 1(a)) tels que la taille des pores, leur forme, leur agencement spatial, les conductivités thermiques de la matrice solide ou de l'air emprisonné dans les pores sont des grandeurs très sensibles au procédé d'élaboration. Il est donc important de prendre en compte la variabilité microscopique pour garantir une valeur limite de la conductivité thermique et pour en connaître l'influence sur le comportement thermique effectif. Aussi un modèle amélioré permettant de mieux maîtriser les caractéristiques thermiques du matériau doit-il être développé. Celui-ci se base sur des modélisations par éléments finis et sur une approche probabilistique (méthode de Monte-Carlo et algorithme de chaos polynomial).

Une étude précise du comportement thermique du matériau poreux nécessite la connaissance approfondie des caractéristiques thermiques de la partie solide (figure 1(b)). Ainsi une première analyse de l'influence de la variabilité microscopique de la partie solide (taille des grains, résistance des joints de grain, conductivité thermique d'un grain) est réalisée. Pour valider la méthode d'analyse thermo-fiabiliste, des mesures expérimentales sur des échantillons de zircone dense sont pratiquées.

2 Caractérisation des échantillons de zircone dense

Une dizaine d'échantillons de zircone dense ont été élaborés au laboratoire à partir d'une suspension de zircone stabilisée à l'oxyde d'yttrium. Les échantillons ont subi une compaction uniaxiale à 200 MPa puis un traitement thermique d'une heure à 1400°C pour consolider le matériau.

La microstructure des échantillons étudiés consiste en un amas de grains solides dans lesquels sont répartis aléatoirement quelques pores quasi-sphériques isolés. La densité apparente a été mesurée par la méthode d'imprégnation sous vide basée sur le principe d'Archimède. Nous obtenons une valeur moyenne de

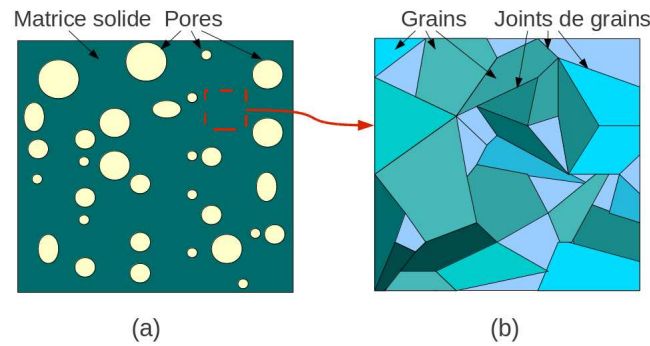


FIGURE 1 – Représentations du matériau poreux et de sa partie solide.

5,67g/cm³ avec un écart type de 0,027g/cm³. La densité théorique de la zircone étant de 6,033g/cm³ [3], nous calculons un taux de porosité de moyenne 5,94% et d'écart type 0.44%. La taille moyenne des grains pour le matériau dense peut aussi être évaluée par la méthode des intersections, après polissage de la surface du matériau et révélation thermique des joints de grains. Elle a été estimée à 230nm. La méthode flash laser [1] a ensuite été utilisée pour déterminer la diffusivité thermique des échantillons élaborés. Nous obtenons des mesures de conductivité thermique de moyenne 1,88 W.m⁻¹.K⁻¹ et un écart type de 0,03 W.m⁻¹.K⁻¹.

3 Description du modèle thermique

Pour garantir une bonne performance thermique, un modèle éléments finis multi-échelle permettant d'estimer le comportement thermique équivalent du matériau hétérogène anisotrope dense est développé. Un modèle 3D simplifié utilisant la méthode d'homogénéisation thermique est proposé. Ce modèle met en oeuvre le logiciel éléments finis open source Code-Aster [4] pour le calcul par éléments finis et la plate-forme open source Salome [5] pour les pré et post-traitements de la simulation numérique.

3.1 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

3.1.1 Définition

La phase solide d'un matériau céramique contient de nombreux grains solides de dimension très petites (de quelques dizaines de nanomètres à quelques micromètres) devant la taille réelle du matériau. Cette microstructure doit être prise en compte pour étudier le comportement thermique global du matériau. Actuellement, la description détaillée de toute la structure est très complexe d'un point de vue numérique (grand nombre de nœuds, temps de calcul prohibitif). Néanmoins, une démarche alternative consiste à utiliser des informations représentatives du milieu hétérogène. Pour cela, un volume élémentaire représentatif (VER) du matériau est défini, permettant ainsi d'aboutir par des changements d'échelles à des modèles macroscopiques performants. Cette démarche est communément appelée "méthode d'homogénéisation" [6].

Le VER est défini comme le volume minimal permettant l'évaluation de la conductivité thermique effective. Un volume plus important ne devrait pas modifier la conductivité de manière significative.

Les matériaux élaborés présentent des microstructures hétérogènes et complexes. La forme, la taille et l'arrangement des grains ne sont pas des paramètres parfaitement maîtrisés. Il convient donc de faire des choix de géométries dans le but de s'approcher au mieux du matériau réel. Ces choix sont guidés par les informations liées à la structure dense du matériau obtenues lors de la caractérisation des échantillons de zircone dense.

3.1.2 Génération virtuelle de la structure sous SALOME/CODE ASTER

Afin de décrire la distribution aléatoire des grains et des pores dans le matériau dense, une application développée en Python est utilisée pour générer des tessellations de Voronoï en 3D [7,8]. Le programme se nomme PyXL et exploite les données du package QHULL pour générer des enveloppes convexes à

partir des coordonnées des centres de Voronoï. La figure 2 illustre la cellule 3D unitaire ($1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m} \times 1\mu\text{m}$) constituée d'environ 150 polyèdres générés aléatoirement pour atteindre une taille moyenne de grain de 230nm. Les plus petites cellules ont été volontairement éliminées afin d'obtenir une distribution en taille de grains homogène dans le volume représentatif.

La géométrie et le maillage associé sont construits à partir du modelleur SALOME. Le calcul des propriétés homogénéisées est ensuite réalisé à l'aide du code éléments finis Code Aster. Un certain nombre d'hypothèses ont été établies : la chaleur se propage par conduction dans le solide et dans l'air enfermé dans les pores, la phase gazeuse est toujours prise en compte dans le modèle, le transfert par convection est négligé puisque les pores sont de petites dimensions ($<100\mu\text{m}$), le transfert radiatif dans les pores n'est pas pris en compte et les conductivités thermiques du solide et de l'air ne varient pas avec la température au cours du calcul.

Pour atteindre le taux de porosité mesuré lors de la caractérisation des échantillons de zircone, des polyèdres sont sélectionnés aléatoirement dans le volume, puis les propriétés de l'air leur sont affectées. Les autres cellules comptent pour des grains solides dont l'orientation est définie aléatoirement. Une loi de comportement thermique orthotrope est ensuite affectée à chaque grain. Les conditions d'échange thermique sont appliquées entre deux faces de grains solides pour modéliser la résistance thermique des joint de grain.

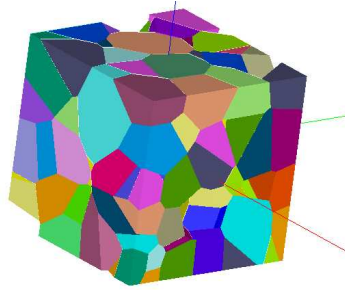


FIGURE 2 – Cellule élémentaire comportant 150 grains, soit une taille moyenne de grain monocristalin de 230nm, et un taux de porosité de 5,94%.

3.2 Implémentation de la technique d'homogénéisation thermique

Deux approches d'homogénéisation [6,9] peuvent être implémentées dans le code éléments finis, la méthode périodique [10,11] et la méthode à gradient de température homogène au contour. Compte tenu de la complexité de la microstructure la seconde approche a été retenue.

3.2.1 Principe de la méthode d'homogénéisation et résolution numérique

Nous déterminons un volume homogène globalement équivalent au volume hétérogène original. L'énergie stockée sera sensiblement la même.

L'énergie microscopique moyenne est calculée par intégration sur le volume unité V du cube.

$$2W_t = \frac{1}{V} \int_V \underline{q} \cdot \underline{\text{grad}T} dV = \langle \underline{q} \cdot \underline{\text{grad}T} \rangle_V \quad (1)$$

\underline{q} est le vecteur densité de flux de chaleur et $\underline{\text{grad}T}$ est le vecteur gradient de température. Le théorème de Hill [6] permet ensuite de relier les grandeurs macroscopiques et microscopiques :

$$\langle \underline{q} \cdot \underline{\text{grad}T} \rangle_V = \langle \underline{q} \rangle_V \cdot \langle \underline{\text{grad}T} \rangle_V \quad (2)$$

et

$$\langle \underline{q} \rangle_V = \langle \underline{\text{grad}T} \cdot \underline{K} \rangle_V = \langle \underline{\text{grad}T} \rangle_V \cdot \langle \underline{K} \rangle_V \quad (3)$$

L'énergie macroscopique est ainsi égale à la moyenne de l'énergie microscopique. L'énergie macroscopique du matériau hétérogène est alors définie comme celle d'un matériau homogène avec des champs

$\langle \underline{gradT} \rangle_V$ et $\langle \underline{K} \rangle_V$ uniformes. L'énergie peut maintenant être exprimée comme :

$$2W_t = K_{11} gradT_1^2 + K_{22} gradT_2^2 + K_{33} gradT_3^2 + K_{12} gradT_1 gradT_2 + K_{13} gradT_1 gradT_3 + K_{23} gradT_2 gradT_3 \quad (4)$$

avec le tenseur de conductivité thermique et le vecteur gradient de température du matériau hétérogène définis comme suit :

$$\underline{\underline{K}} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12} & K_{22} & K_{23} \\ K_{13} & K_{23} & K_{33} \end{pmatrix} \quad (5)$$

et

$$\underline{gradT} = (gradT_1 \quad gradT_2 \quad gradT_3)^T \quad (6)$$

Pour déterminer les composantes du tenseur de conductivité thermique, des cas de chargements spécifiques avec différentes conditions aux limites doivent être appliqués de telle sorte que, pour un cas de chargement thermique particulier, seulement une composante du gradient de température est non nulle. Ensuite, les 6 composantes de conductivités thermiques sont évaluées à partir des valeurs non nulles du gradient de température et des pseudo-énergies thermiques W_t correspondantes calculées.

Pour résoudre le problème dans Code Aster, les conditions aux limites sont appliquées sous la forme suivante :

$$T_1 - T_3 = \underline{gradT} \cdot (\underline{OM}^1 - \underline{OM}^3) \quad (7)$$

où \underline{gradT} est un vecteur constant et \underline{OM} est le vecteur position correspondant aux coordonnées des noeuds appartenant aux bords opposés du VER.

Une première série de chargements permet de calculer K_{11} , K_{22} et K_{33} . Ces trois termes correspondent aux coefficients situés sur la diagonale de la matrice. Par conséquent, ils peuvent être calculés directement sans calculs préliminaires. Nous expliquons en détail le calcul de K_{11} (figure 3 (a)).

Dans ce cas, la température est appliquée sur chaque nœud appartenant aux faces du VER de manière à garantir un gradient thermique constant égal à $gradT_1$ suivant la direction x_1 . Pour éviter toute variation de température, la température au nœud (0,0,0) est fixée. Le coefficient K_{11} peut finalement être obtenu avec l'équation :

$$K_{11} = \frac{2W_t}{gradT_1^2} \quad (8)$$

Pour le calcul des coefficients K_{12} , K_{13} et K_{23} , la détermination des précédentes composantes est nécessaire (figure 3(b)). Ici, une différence de température est appliquée entre deux noeuds opposés dans deux directions. Par exemple, pour calculer K_{12} , les gradients de température dans les directions x_1 et x_2 ($gradT_1$ et $gradT_2$) sont de valeur non nulle et nous utilisons l'équation finale :

$$K_{12} = \frac{2W_t - K_{11}(gradT_1)^2 - K_{22}(gradT_2)^2}{2 gradT_1 gradT_2} \quad (9)$$

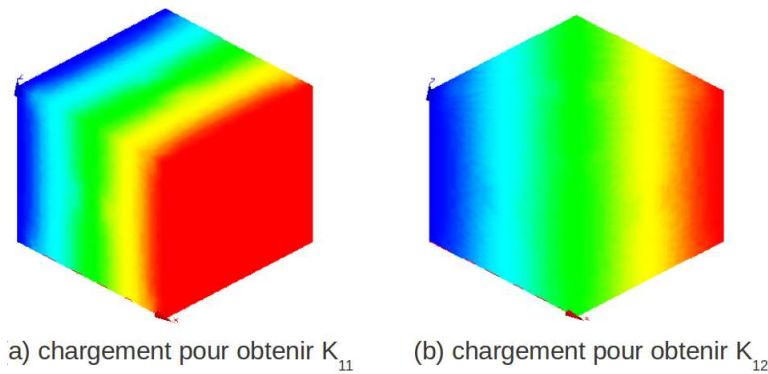


FIGURE 3 – Illustration de deux cas de chargement

4 Analyse fiabiliste

L'objectif est d'analyser l'influence de la variabilité microscopique sur le comportement thermique équivalent du matériau céramique possédant un taux important de densification. Un critère de défaillance doit alors être défini. Les variables aléatoires et leur dispersion doivent être connues et les méthodes d'évaluation de la probabilité de défaillance et de l'impact de ces variables non déterministes sélectionnées. Un couplage entre le modèle stochastique et le modèle thermique d'estimation de la conductivité thermique effective est ensuite réalisé. Les incertitudes pouvant être traitées au sein d'outils de simulation numérique, le logiciel de calcul par éléments finis Code Aster est couplé avec le logiciel libre de traitement des incertitudes OpenTurns [12]. Finalement, des comparaisons entre les mesures expérimentales et les résultats de fiabilité seront établies pour valider la méthode d'analyse.

4.1 Evaluation du critère de défaillance

La fonction principale du matériau céramique poreux est de restreindre le transfert de chaleur au sein du matériau. Ainsi le matériau sera considéré comme défaillant lorsque la conductivité thermique effective sera supérieure à une limite de conductivité thermique. Nous définissons ainsi la fonction de performance avec l'équation suivante :

$$G(x) = (\lambda)_{cond}^{lim} - (\lambda)_{cond}^{eff} \quad (10)$$

$G(x)$ est appelée la fonction d'état limite. $G(x)=0$ délimite la frontière entre le domaine de défaillance $G(X)<0$ et le domaine de sûreté $G(X)>0$. La probabilité de défaillance P_f est alors définie par :

$$P_f = \int_{G \leq 0} f_x(x) dx \quad (11)$$

avec $f_x(x)$ la fonction de densité de probabilité de $G(x)$.

L'intégration étant en général très difficile à évaluer de manière analytique, il est préférable d'utiliser des méthodes bien connues de fiabilité telles que la méthode de Monte-Carlo.

4.2 Méthode d'évaluation de la fiabilité

La méthode de Monte-Carlo est utilisée ici pour évaluer la probabilité de défaillance P_f et pour déterminer la distribution de la conductivité thermique effective [13].

Des échantillons de la population des variables de base sont générés pour obtenir une population représentative sur laquelle une analyse statistique est menée. Pour chacun des tirages la fonction d'état limite est évaluée pour conclure si la configuration tirée est dans le domaine de sûreté ou dans le domaine de défaillance. Le comptage des défaillances permet d'estimer la probabilité de défaillance recherchée. Cette méthode est facile à mettre en oeuvre et s'avère efficace pour des modèles physiques complexes.

4.3 Méthode d'évaluation de la sensibilité

Nous utilisons les indices de Sobol pour réaliser l'analyse de sensibilité [14,15,16]. Ces indices mesurent le poids des variables d'entrée du modèle sur la réponse de celui-ci. Afin de réduire les coûts de calculs du modèle éléments finis, les indices sont calculés à partir de la fonction d'état limite approchée. Le modèle initial est en effet remplacé par une approximation appelée la surface de réponse, dont les valeurs peuvent être calculées facilement. Dans cette étude, la réponse du système est directement représentée dans la base du chaos polynomial [17,18,19]. Les indices de Sobol sont classés de 0 à 1. Plus l'indice est élevé, plus la variable a un effet important sur la donnée de sortie de la fonction. Les indices de premier ordre S_i représentent l'influence de chaque paramètre pris indépendamment alors que les indices d'ordre plus élevé représentent une influence croisée de paramètres. Les indices de sensibilité totaux S_{Ti} ont été définis afin d'estimer l'influence totale d'un paramètre d'entrée [20].

4.4 Définition des variables aléatoires

Les paramètres variables affectant la conductivité thermique de la phase solide du matériau céramique poreux sont définis. Il s'agit de la taille de grain, de la résistance thermique des joints de grain, de la

valeur de conductivité thermique d'un grain monocristallin et du taux de porosité. La distribution de chaque paramètre variable est supposée normale et donc complètement définie par les deux premiers moments que sont la moyenne et l'écart type. Ces deux dernières valeurs répertoriées dans le tableau 1 sont déterminées suite aux caractérisations des échantillons de zircone dense et aux différents résultats trouvés dans la littérature.

La résistance thermique des joints de grain a été estimée à $0,5 \cdot 10^8 \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ par Yang [21]. La conductivité thermique d'un grain a été estimée entre $2,2$ et $2,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ [22,23]. Pour cette analyse la conductivité thermique de l'air est un paramètre déterministe estimé à $0,026 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Variable aléatoire	Désignation	Moyenne	Ecart-type
λ_{cond}^{lim}	Conductivité thermique maximale admise ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	2,00	0,05
λ_{cond}^{grain}	Conductivité thermique d'un grain de zircone ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	2,25	0,05
Grain_size	Taille de grain de la zircone dense (nm)	233	10
P	Taux de porosité (%)	5,94	0,44
R_{int}^*	Résistance thermique des joints de grain ($\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$)	$0,526 \cdot 10^8$	$0,0014 \cdot 10^8$

TABLE 1 – Description et valeurs caractéristiques des variables aléatoires du matériau de zircone dense

5 Résultats

Le diagramme tracé figure 4 illustre la distribution de la conductivité thermique effective calculée obtenue avec la méthode de Monte-Carlo. Il met en évidence le caractère gaussien de la distribution avec une valeur moyenne et un écart-type estimés respectivement à $1,889$ et $0,045 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Nous obtenons ici une probabilité de défaillance de $0,091$. La valeur moyenne obtenue avec la simulation de Monte Carlo est très proche de celle mesurée sur les échantillons de zircone dense, tandis que l'écart-type simulé reste encore éloigné de celui obtenu expérimentalement.

L'analyse de fiabilité a ensuite été complétée par une analyse de sensibilité. Les résultats sont présentés sur le diagramme des indices de Sobol, figure 5. Ce diagramme met en évidence le poids de chaque paramètre variable sur la fonction d'état-limite $G(x)$. Nous constatons que les deux variables qui ont le

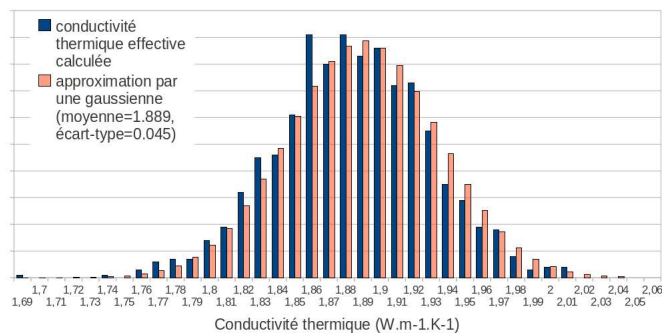


Figure 4 - Distribution de la conductivité thermique effective de la zircone dense, obtenue avec la méthode de Monte-Carlo.

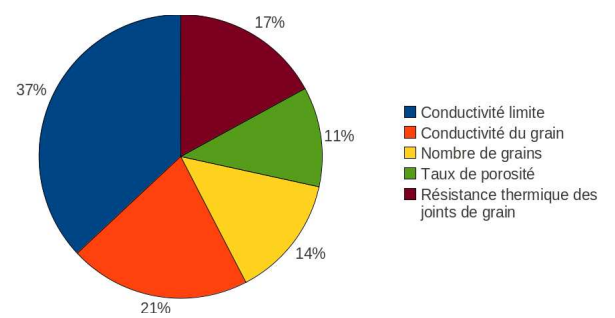


Figure 5 - Indices totaux de Sobol reflétant l'importance des variables aléatoires sur la valeur de conductivité effective.

plus de poids après la conductivité limite sont la conductivité d'un grain de zircone et la résistance thermique des joints de grain. Les valeurs de ces variables ont été extraites de la littérature. Nous n'avons pas d'indication précise sur la valeur de l'écart-type de ces paramètres. Cependant, nous pouvons déjà remarquer que la distribution choisie pour la conductivité du grain solide donne des valeurs comprises entre $2,1$ et $2,4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ (Figure 6) au lieu de $2,2$ et $2,3 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ mentionnées par Bisson et Raghavan. Une deuxième simulation est alors menée avec un écart-type descendu à $0,02 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ pour la conductivité d'un grain (Figure 7). Nous obtenons pour 1200 tirages une distribution toujours gaussienne

de la conductivité effective avec un écart-type de $0,026 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Finalement, la distribution de la conductivité thermique calculée de la zircone dense est très proche des mesures expérimentales réalisées sur les échantillons de zircone dense. Ce résultat permet de valider le modèle thermique éléments finis construit sous Salome/Code Aster et de montrer la pertinence du couplage entre le modèle thermique et le modèle stochastique qui contient les lois des variables aléatoires. Nous pouvons remarquer que le paramètre "taille de grain" est gouvernée par le procédé d'élaboration des échantillons de zircone dense. Une loi de répartition différente de la variable conduira à une distribution de la conductivité thermique effective modifiée. La nouvelle loi, déterminée par la méthode de Monte-Carlo, pourra alors apparaître comme paramètre d'entrée dans l'étude de la matrice poreuse du matériau céramique, où les analyses de fiabilité et de sensibilité détermineront les paramètres stochastiques pouvant être considérés comme déterministes et ceux affectant le plus les valeurs prises par la conductivité thermique du matériau.

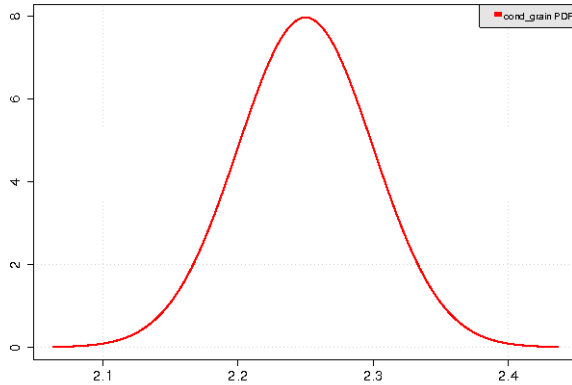


Figure 6 - Loi de distribution normale de la conductivité thermique d'un grain de zircone de moyenne $2,25 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et d'écart-type $0,05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

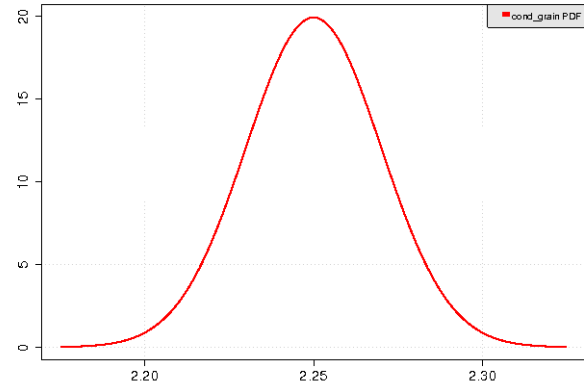


Figure 7 - Loi de distribution normale de la conductivité thermique d'un grain de zircone de moyenne $2,25 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et d'écart-type $0,02 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

6 Conclusions et perspectives

Dans ce travail, un modèle d'étude du comportement thermique de matériaux céramiques poreux intégrant une approche fiabiliste est présenté. Une modélisation du matériau est d'abord réalisée sous Salome puis la méthode d'homogénéisation thermique est implémentée sous Code Aster pour évaluer la conductivité thermique effective du matériau. Le modèle éléments finis est ensuite couplé à une approche fiabiliste qui introduit les méthodes de simulations de Monte-Carlo et les indices de Sobol. La méthode de Monte-Carlo permet, pour des lois des variables aléatoires définies, d'estimer la probabilité de défaillance et de déterminer la distribution de la variable recherchée. La défaillance est observée lorsque la conductivité thermique effective dépasse la conductivité thermique critique. L'analyse de sensibilité via les indices de Sobol permet de déterminer d'une part les variables aléatoires pouvant être considérées comme déterministes dans le modèle et d'autres part les variables les plus influentes du modèle. Ce sont ces derniers paramètres qu'il convient de contrôler au mieux dans le procédé d'élaboration afin de diminuer la probabilité de défaillance.

Ainsi l'implémentation de la méthode lors de l'étude de la matrice poreuse du matériau céramique va nous permettre, pour des lois de variables données, de connaître l'impact de la taille des pores, de leur concentration, de leur répartition (bimodale, monomodale) ou de la conductivité de la phase solide sur la conductivité thermique effective du matériau poreux et d'offrir des lignes directrices dans le procédé d'élaboration de la matrice pour parvenir à un niveau d'isolation optimal.

Les résultats obtenus sont satisfaisants et encourage la poursuite de la méthode développée pour prédire le comportement thermique de divers matériaux céramiques poreux avec prise en compte de la variabilité microscopique et s'affranchir à terme de nombreux essais de caractérisation.

Références

- [1] B. Naitali. *Elaboration, caractérisation et modélisation de matériaux poreux. Influence de la structure poreuse sur la conductivité thermique effective*, PhD thesis, Limoges University, 2005.
- [2] S. Grandjean, J. Absi and D.S. Smith. *Numerical calculations of the thermal conductivity of porous ceramics based on micrographs*, Journal of the European Ceramic Society Volume 26, Issue 13, 2006, Pages 2669-2676.
- [3] H.G. Scott. *Phase relationships in the zirconia-yttria system*, J. Mat. Sci. 1975, 10, 1527-1535.
- [4] www.code-aster.org/
- [5] www.salome-platform.org/
- [6] M. Bornert, T. Bretheau, P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*, Hermès Sciences Publicat., 21 janvier 2001.
- [7] S. Torquato. *Random Heterogeneous Materials : Microstructure and Macroscopic Properties*, Springer-Verlag, New-York, 2002.
- [8] M. Nygard. *Number of grains necessary to homogenize elastic materials with cubic symmetry*
- [9] Z. Hashin. *Analysis of composite materials : a survey*, J. of Appl. Mech., 50 (1983), pp. 481-505.
- [10] A. Bensoussan, J. L. Lions, and G. Papanicolaou. *Asymptotic analysis for the periodic structures*, North Holland, Amsterdam, 1978.
- [11] J. Sanchez-Hubert, E. Sanchez-Palencia. *Introductions aux méthodes asymptotiques et à l'homogénéisation - Application à la mécanique des milieux continus*, Masson, Paris, 1992.
- [12] www.openturns.org/
- [13] M.Lemaire. *Fiabilité des structures - Couplage mécano-fiabiliste statique*, Hermes Sciences, 2005.
- [14] I.M. Sobol. *Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models*, Mathematical Modelling and Computational Experiments, 1(4), page407-page414, 1993.
- [15] A. Saltelli, K. Chan, and E.M. Scott. *Sensitivity analysis*, Wiley, 2000.
- [16] J. Jacques. *Contributions à l'analyse de sensibilité et à l'analyse discriminante généralisée*, PhD thesis, Joseph Fourier University, Grenoble, 2005.
- [17] T. Crestaux, O. Le Maitre, J.M. Martinez. *Polynomial chaos expansion for sensitivity analysis*, Reliability Engineering and System Safety, 94 (2009) 1161-1172.
- [18] B. Sudret. *Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion*, Reliability Engineering & System Safety, Article in press, 2007.
- [19] B. Sudret, G. Blatman, M. Berveiller. *Quasi random numbers in stochastic finite element analysis - application to global sensitivity analysis*, In Proc. 10th Int. Conf. on Applications of Stat. and Prob. in Civil Engineering (ICASP10), Tokyo, Japan, 2007.
- [20] T. Homma, A. Saltelli. *Importance measures in global sensitivity analysis of nonlinear models*, Reliability Engineering and System Safety, 1996, 52(1) : 1-17.
- [21] H.S. Yang, G.R. Bai, L.J. Thompson. & J.A. Eastman. *Interfacial thermal resistance in nanocrystalline yttria stabilised zirconia*, Acta Materialia, 2002, 50, 2309-2317.
- [22] S. Raghavan, H. Wang, R.B. Dinwiddie & W.D. Porter. *The effect of grain size, porosity and yttria content on the thermal conductivity of nanocrystalline zirconia*, Scripta Materialia, 1998, 39, 1119-1125.
- [23] J-F. Bisson, D. Fournier, M. Poulain, O. Lavigne, R. Mvrel. *Thermal Conductivity of Yttria-Zirconia Single Crystals, Determined with Spatially Resolved Infrared Thermography*, J. Am. Ceram. Soc., 2000, 83 [8], 1993-1998.